http://www.xriadiat.com **DS3: N** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : $(4,5\text{ pts})$ $(1,5\text{pt}+1\text{pt}+1,5\text{pt})$;On pose : $A=\dfrac{\cos\frac{\pi}{18}-\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{18}}{\cos\frac{\pi}{18}\times\sin\frac{\pi}{18}}$

1) Montrer que : $\cos\frac{\pi}{18}-\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{18}=2\cos\frac{7\pi}{18}$

2) Montrer que : $\cos\frac{\pi}{18}\times\sin\frac{\pi}{18}=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{9}$

3) En déduire la valeur de A

Exercice2 : (10pts) : $(1\text{pt}\times 10)$ Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{6-u_n}{4-u_n} \\ u_0=a \end{cases}$; $\forall n\in\mathbb{N}$ et $a\neq 4$

1) Calculer : u_1 en fonction de a

2) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-3)(u_n-2)}{4-u_n}$

3) Déterminer les deux valeurs de a pour que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit constante

4) On suppose dans la suite d'exercice que : $u_0=a=\frac{5}{2}$

a) Montrer par récurrence que ; $\forall n\in\mathbb{N}$: $2\prec u_n\prec 3$

b) Etudier la monotonie de la suite (u_n)

c) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $u_n\leq\frac{5}{2}$

5) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\dfrac{2-u_n}{3-u_n}$

a) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique et donner sa raison q

b) Déduire : v_n et u_n en fonction de n

c) Calculer : $T_n=\sum_{k=0}^{n}\dfrac{1}{u_k+2}=\dfrac{1}{u_0+2}+\dfrac{1}{u_1+2}+...+\dfrac{1}{u_n+2}$ en fonction de n

6) a) Montrer que : $u_{n+1}-2\leq\frac{2}{3}(u_n-2)$: $\forall n\in\mathbb{N}$

b) Déduire que : $u_n-2\leq\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$: $\forall n\in\mathbb{N}$

Exercice3 : $(5,5\text{pts})$: $(0,5\text{pt}+1,5\text{pt}+1,5\text{pt}+2\text{pt})$

On considère la suite (u_n) définie par $u_1=1$ et $u_{n+1}=\dfrac{nu_n+4}{n+1}$.

1) Calculer u_2 .

2) Démontrer que la suite (v_n) définie par : $v_n=n\,u_n$ est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison de (v_n).

3) En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis l'expression de u_n en fonction de n.

4) En déduire que la suite (u_n) est strictement monotone et bornée.

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien