http://www.xriadiat.com **DS3: O** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

# Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

***CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES***

**Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com )**

**Exercice1 :** $(6 \text{ pts})$ : $(1,5\text{pt}+1;5\text{pt}+1\text{pt}+2\text{pt})$

On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(E):8X^3-6X-1=0$

1) a) Montrer que : $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

b) Résoudre dans : $[0;2\pi[$ l'équation : $\cos 3x = \frac{1}{2}$

2)a) En déduire les solutions de $(E)$

b) Déterminer la valeur de : $a=\cos\frac{\pi}{9}+\cos\frac{7\pi}{9}+\cos\frac{13\pi}{9}$ et $b=\cos\frac{\pi}{9}\times\cos\frac{7\pi}{9}\times\cos\frac{13\pi}{9}$

**Exercice2 :** $(3\text{pts})$ : Déterminer parmi les *suites suivantes celle qui est* arithmétique et justifier

*1)* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définies par :* $\forall n\in\mathbb{N}$ ; $u_n=-\frac{1}{2}n+2025$

*2)* $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définies par :* $\forall n\in\mathbb{N}$ ; $v_n=2(n+1)^2-2024$

*3)* $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *définies par :* $\forall n\in\mathbb{N}^*$ ; $w_n=(\sqrt{3}+1)n-(\sqrt{3}-1)$

**Exercice3 :** $(9\text{pts})$ : $(1\text{pt}\times 6+1,5pt+1,5pt)$ Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{3+u_n}{5-u_n} & \forall n\in\mathbb{N} \\ u_0=2 \end{cases}$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$ : $1\prec u_n\prec 3$

2) a) Vérifier que : $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)(u_n-3)}{5-u_n}$ : $\forall n\in\mathbb{N}$

b) Déduire la monotonie de la suite $(u_n)$ c) Déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$ : $u_n\geq 2$

3) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\frac{u_n-1}{3-u_n}$

a) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique et donner sa raison $q$

b) Déduire : $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n

4) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$ : $u_{n+1}-1\leq\frac{2}{3}(u_n-1)$ b) Déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$ ; $0\prec u_n-1\leq\left(\frac{2}{3}\right)^n$

**Exercice4 :** $(2\text{pts})$ : $(1\text{pt}\times 2)$ Soit les suites numériques $(u_n)$ et $(v_n)$ définies par :

$u_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}-2\sqrt{n+1}$ et $v_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}}-2\sqrt{n}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*$

Etudier la monotonie des suite $(u_n)$ et $(v_n)$

**PROF: ATMANI NAJIB** *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

PROF. ATMANI NAJIB