http://www.xriadiat.com **DS3: N** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir 😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (7 pts) $(1pt+1pt+1pt+1,5pt+1pt+1,5pt)$

On Considère la fonction f définie par : $f(x)=4\cos^2x+\sqrt{3}\cos x\sin x+3\sin^2x-4$

1) Montrer que f est périodique de période π

2) Montrer que : $f(x)=2\sin x\times\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

3) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}$

4) Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis déduire la valeur exacte de : $\operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

5) Résoudre dans $[0,\pi]$: $f(x)=0$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

6) Résoudre dans $[0,\pi]$ l'inéquation : $f(x)\leq 0$

Exercice2 : (4pts) $(1pt+1pt+1pt+1pt)$

On Considère la suite (u_n) définie par : $u_{n+1}=f(u_n)$ $\forall n\in\mathbb{N}$ et $u_0\geq 0$ avec : $f(x)=x^2+\frac{3}{16}$

1)Étudier f et le signe de $f(x)-x$

2)On suppose : $u_0\in\left[0;\frac{1}{4}\right]$ Montrer que $u_n\in\left[0;\frac{1}{4}\right]$ $\forall n\in\mathbb{N}$, puisque (u_n) est croissante.

3) On suppose : $u_0\in\left[\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right]$. Montrer que (u_n) est décroissante et minorée.

4) On suppose : $u_0\succ\frac{3}{4}$; Montrer que (u_n) est croissante.

Exercice3 : (9pts) : $(1pt\times 9)$ Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{11u_n+4}{1-4u_n} & \forall n\in\mathbb{N} \\ u_0=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $-2\prec u_n\prec-\frac{1}{2}$

2) a) Vérifier que : $u_{n+1}-u_n=\frac{2(2u_n+1)(u_n+2)}{4u_n-1}$: $\forall n\in\mathbb{N}$

b) Déduire la monotonie de la suite (u_n)

3) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$ et $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $s_n=\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{u_k+2}$

a) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique et donner sa raison q

b) Déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $u_n=-2+\frac{3}{2+4\times 3^n}$

c) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $s_n=\frac{2}{3}\left(n+3^{n+1}\right)$

4) a) Vérifier que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}+2=\frac{3}{1-4\times u_n}(u_n+2)$

b) Déduire que : $u_{n+1}+2\leq\frac{3}{7}(u_n+2)$: $\forall n\in\mathbb{N}$

c) Montrer que : $0\prec u_n+2\leq\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{7}\right)^n$: $\forall n\in\mathbb{N}$

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien