http://www.xriadiat.com **DS3: L** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : $(3{,}5\text{pts})$: $(1\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt})$; On pose : $a=\cos\frac{\pi}{9}$ et $b=\sin\frac{\pi}{9}$

Ecrire en fonction de : a et b les expressions suivantes :

1) $A=\cos\frac{8\pi}{9}+\sin\left(-\frac{10\pi}{9}\right)$ 2) $B=\sin\frac{7\pi}{18}+\cos\frac{11\pi}{9}$ 3) $C=\sin\frac{11\pi}{18}\times\sin\frac{7\pi}{18}\times\cos\frac{8\pi}{9}$

Exercice2 : (4pts) : $(2\text{pt}+2\text{pt})$

Soit $\alpha\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $\tan\alpha=\frac{1}{7}$ et soit $\beta\in\left]0;\frac{\pi}{4}\right[$ tel que : $\sin\beta=\frac{\sqrt{10}}{10}$

1) Calculer : $\tan(2\beta)$

2) En déduire que : $\alpha+2\beta=\frac{\pi}{4}$

Exercice3 : (7pts) : $(1\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt}+0{,}5\text{pt}+0{,}5\text{pt}+1\text{pt}+0{,}5\text{pt}+0{,}5\text{pt}+0{,}5\text{pt})$

Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases}u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1 & \forall n\in\mathbb{N}\\ u_0=1\end{cases}$

Et soit la suite récurrente $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=u_n-3$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; u_2 ; v_0 et v_1

2) Montrer par récurrence que : $u_n\le 3$ $\forall n\in\mathbb{N}$

3)a) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

b) Déduire que la suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1

c) Que peut-on déduire pour la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q=\frac{2}{3}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

4) On pose : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$: Calculer : S_n en fonction de n

Exercice4 : (6pts) : $(1\text{pt}+2\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt})$

Soit la suite (u_n) définie par : $u_0=1$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ où $f(x)=\frac{1}{x+1}$

1) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}^+$

2) On pose : $\alpha_n=u_{2n+1}$ et $\beta_n=u_{2n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Montrer que la suite (α_n) est croissante et que la suite (β_n) est décroissante

b) Montrer que : $\alpha_n\le\beta_n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

3) Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$ $\frac{1}{2}\le u_n\le 1$

4) Montrer que : $|u_{n+1}-u_n|\le\frac{1}{n}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*$

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB