http://www.xriadiat.com **DS3: K** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (6pts) : $(1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+2\text{pt})$

1) Monter que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\cos 5x = 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x$

2) Vérifier que : $16x^5 - 20x^3 + 5x + 1 = (x+1)\left(4x^2-2x-1\right)^2$

3) On pose : $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=t$:

Monter que : t est une solution de l'équation : $4x^2-2x-1$ et déduire que : $t=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

4) En déduire : $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$; $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$; $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$; $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$

Exercice2 : (9pts) : $(1\text{pt}+2\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0=\frac{1}{8} \\ u_{n+1}=u_n(2-u_n) \end{cases}$.

1) a) Calculer u_1 et u_2.

b) Tracer dans un repère orthonormal la courbe représentative (C) de la fonction f : $f(x)=x(2-x)$ ainsi que la droite $(D): y=x$

c)Utiliser (D) et (C) pour construire sur l'axe des abscisses les points : A_1, A_2, A_3 d'abscisses respectives : u_1, u_2, u_3.

2) a) Montrer par récurrence que $0<u_n<1$.

b) Montrer que (u_n) est croissante.

3) On considère la suite : $v_n=1-u_n$.

a) Montrer que : $v_{n+1}=v_n^2$.

b) Montrer par récurrence que $v_n=v_0^{2^n}$. En déduire l'expression de v_n puis celle de u_n.

Exercice3 : (5pts) : $(2\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0=0,\, u_1=1 \\ u_{n+1}=7u_n+8u_{n-1} \end{cases}$.

1) Montrer que la suite (s_n) définie par : $s_n=u_{n+1}+u_n$ est une suite géométrique dont on précisera la raison. En déduire s_n en fonction de n.

2) On pose : $v_n=(-1)^n u_n$ et on considère la suite (t_n) définie par : $t_n=v_{n+1}-v_n$

Exprimer t_n en fonction de : s_n

3) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

(On pourra calculer de deux manières la somme $t_0+t_1+\ldots+t_n$.)

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien