

Exercice1 : (3pts) (1,5pt+1,5pt)

Soit $x \in \mathbb{R}$ on pose : $A(x) = \sin^4 x + \cos^4 x + \frac{1}{2} \sin^2(2x)$

- 1) Montrer que : $A(x)$ est un réel constant
- 2) Résoudre dans $]-\pi, \pi[$ l'équation : $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$

Exercice2 : (4,5pts) : (1pt+1pt+1pt+0,5pt+1pt)

Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

Et Soit la suite récurrente $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- 1) Calculer: u_1 ; v_0
- 2) Montrer que la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est arithmétique de raison $r = \frac{1}{4}$
- b) Ecrire v_n en fonction de n
- c) En déduire u_n en fonction de n
- d) Calculer la somme suivante : $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{32}$

Exercice3 : (5pts) : (1,5pt+1pt+1pt+0,5pt)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :
$$\begin{cases} u_{n+2} = \frac{1}{3}(4u_{n+1} - u_n) & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 3 \end{cases}$$

Et on considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par : $v_n = u_n - u_{n-1} ; \forall n \in \mathbb{N}^*$

- 1) Calculer : u_2 ; u_3 ; v_1 et v_2
- 2) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme
- 3) Ecrire v_n en fonction de n
- 4) Calculer la somme : $s_n = \sum_{k=1}^{k=n} v_k = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ en fonction de n
- 5) En déduire : u_n en fonction de n

Exercice4 : (3,5pts) : (1pt+1,5pt+1pt)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 \in \mathbb{R}$ et : $u_{n+1} = \left(1 - \frac{u_n}{2}\right) u_n ; \forall n \in \mathbb{N}$

- 1) Déterminer u_0 pour que : la suite (u_n) soit constante
- 2) On suppose que : $0 < u_0 < 1$
 - a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 1$
 - b) Etudier la monotonie de la suite (u_n)

PROF: ATMANI NAJIB C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

