

**Exercice1** : (3pts) (1,5pt+1,5pt)

Soit  $x \in \mathbb{R}$  on pose :  $A(x) = \sin^4 x + \cos^4 x + \frac{1}{2} \sin^2(2x)$

- 1) Montrer que :  $A(x)$  est un réel constant
- 2) Résoudre dans  $]-\pi, \pi[$  l'équation :  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$

**Exercice2** : (4,5pts) : (1pt+1pt+1pt+0,5pt+1pt)

Soit la suite récurrente  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par : 
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

Et Soit la suite récurrente  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- 1) Calculer :  $u_1$  ;  $v_0$
- 2) Montrer que la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est arithmétique de raison  $r = \frac{1}{4}$
- b) Ecrire  $v_n$  en fonction de  $n$
- c) En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$
- d) Calculer la somme suivante :  $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{32}$

**Exercice3** : (5pts) : (1,5pt+1pt+1pt+0,5pt)

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par : 
$$\begin{cases} u_{n+2} = \frac{1}{3}(4u_{n+1} - u_n) & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 3 \end{cases}$$

Et on considère la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par :  $v_n = u_n - u_{n-1} ; \forall n \in \mathbb{N}^*$

- 1) Calculer :  $u_2$  ;  $u_3$  ;  $v_1$  et  $v_2$
- 2) Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme
- 3) Ecrire  $v_n$  en fonction de  $n$
- 4) Calculer la somme :  $s_n = \sum_{k=1}^{k=n} v_k = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  en fonction de  $n$
- 5) En déduire :  $u_n$  en fonction de  $n$

**Exercice4** : (3,5pts) : (1pt+1,5pt+1pt)

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0 \in \mathbb{R}$  et :  $u_{n+1} = \left(1 - \frac{u_n}{2}\right) u_n ; \forall n \in \mathbb{N}$

- 1) Déterminer  $u_0$  pour que : la suite  $(u_n)$  soit constante
- 2) On suppose que :  $0 < u_0 < 1$ 
  - a) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 1$
  - b) Etudier la monotonie de la suite  $(u_n)$

**PROF: ATMANI NAJIB** C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.  
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

