http://www.xriadiat.com **DS3: I** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (2pts) Résoudre dans $[0;2\pi]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos x+\sin x=\sqrt{3}$

Exercice2 : (4pts) : $(1pt+1,5pt+1,5pt)$

Soit $x\in\mathbb{R}$

1) Factoriser les expressions suivantes : $\sin 5x-\sin 3x$ et $\sin 5x+\sin 3x$

2) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}:\sin^2 5x-\sin^2 3x=\sin 2x\times\sin 8x$

3) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $2\sin^2 5x+\cos 6x-1=0$

Exercice3 : (2,5pts) : $(1pt+1pt+0,5pt)$ Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}\quad;\ \forall n\in\mathbb{N}^*$$

1) Calculer : u_1 ; u_2 ; u_3

2) Calculer : $u_{n+1}-u_n$ en fonction de n , que peut -on déduire ?

3) Calculer : $u_{2n+1}-u_n$ en fonction de n

Exercice4 : (1,5pts) ; Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n=\dfrac{2+\cos n}{3-\sin\sqrt{n}}\quad\forall n\in\mathbb{N}$

Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée

Exercice5 : (5pts) : $(1pt+1,5pt+1,5pt+1pt)$; Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases}u_{n+1}=\dfrac{5u_n+3}{u_n+3}\\ u_0=1\end{cases}\quad\forall n\in\mathbb{N}$$ et Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\dfrac{u_n-3}{u_n+1}\quad\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que $0\le u_n\le 3\quad\forall n\in\mathbb{N}$

2) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme

4) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n

Exercice6 : (5pts) : $(1pt+1pt+1pt+1pt+1pt)$

1) On pose : $f(x)=\dfrac{x^2}{1-2x^2}$: $\forall x\in\left[0;\frac{1}{2}\right]$

a) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $\left[0;\frac{1}{2}\right]$

b) Montrer que : $\forall x\in\left[0;\frac{1}{2}\right]$; $0\prec\dfrac{x^2}{1-2x^2}\prec\dfrac{1}{2}$

2)On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=a$ et $a\in\left]0;\frac{1}{4}\right]$: $u_{n+1}=\dfrac{u_n^{\ 2}}{1-2u_n^{\ 2}}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$: $0\prec u_n\prec\dfrac{1}{4}$

b) Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.

c) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$; $u_{n+1}\le\dfrac{2}{7}u_n$

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien