http://www.xriadiat.com **DS3: G** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : $(3{,}5\text{pts})$ $(1\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

On pose : $A=\sin\frac{\pi}{9}\times\sin\frac{2\pi}{9}\times\sin\frac{3\pi}{9}\times\sin\frac{4\pi}{9}$

1) Monter que : $\sin\frac{\pi}{9}\times\sin\frac{4\pi}{9}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\cos\frac{5\pi}{9}\right)$

2) Monter que : $\cos\frac{5\pi}{9}\times\sin\frac{2\pi}{9}=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{7\pi}{9}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

3) En déduire que : $A=\frac{3}{16}$

Exercice2 : (3pts) : $(1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$; Soit $x\in\left]0\,;\,\frac{\pi}{3}\right[$ et on pose : $F(x)=\frac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{\cos x\sin x}$

1) Montrer que : $F(x)=4\frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)}{\sin 2x}$

3) En déduire que : $F\left(\frac{\pi}{18}\right)=4$

Exercice3 : (2pts) $(1{,}5\text{pt}+0{,}5\text{pt})$

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n=\frac{5n-3}{2n+7}\quad\forall n\in\mathbb{N}$

1)Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

2) En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minoré

Exercice4 : (4pts) : $(1\text{pt}+1\text{pt}+0{,}5\text{pt}+0{,}5\text{pt}+1\text{pt})$

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases}u_{n+1}=\frac{7u_n-25}{u_n-3}\\ u_0=2\end{cases}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que : $u_n\neq 5$; $\forall n\in\mathbb{N}$

2) On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\frac{1}{u_n-5}\quad\forall n\in\mathbb{N}$

Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison r et son premier terme

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) En déduire u_n en fonction de n

5) On pose : $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}$; Calculer : S_n en fonction de n

Exercice5 : $(5{,}5\text{pts})$ $(1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$ Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites définies par :

$\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{n}{2(n+1)(n+2)}$ et $u_0=2$; $v_n=\frac{1}{2}u_n-\frac{1}{2(n+1)}$

1)a) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme

b) Ecrire u_n en fonction de n

2) a) Montrer que : $2^n\succ n$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

b) Déduire que : $\left(\frac{1}{2}\right)^n\prec u_n\prec\frac{2}{n}$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

Exercice6 : (2pts) ; Soit les suites numériques : (x_n) et (u_n) et (v_n) définies par :

$x_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k+1}}{k^2}$ et $u_n=x_{2n}$ et $v_n=x_{2n+1}\quad\forall n\in\mathbb{N}^*$

Etudier la monotonie des suite (u_n) et (v_n)

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien