

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (3pts) : (1,5pt+1,5pt)

Montrer que : 1) $1 - \cos x + \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)$

2) si $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\sin \alpha \neq -1$ alors : $\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$

Exercice2 : (3pts) : (1,5pt+1,5pt) Calculer : 1) $\cos \frac{7\pi}{12} \times \cos \frac{5\pi}{12}$ 2) $\sin \frac{7\pi}{12} \times \cos \frac{5\pi}{12}$

Exercice3 : (1,5pt) Linéariser : $2 \cos^2 x \times \sin 2x$

Exercice4 : (1,5pts) : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = 3n^2 + 6n - 4$

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est minorée

Exercice5 : (3pts) : (2pt+1pt) Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1+u_n}{1-u_n} ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est périodique de période : $T = 4$

2) Calculer : $u_{2024} ; u_{2025}$

Exercice6 : (8pts) : (1,5pt + 1,5pt + 1pt + 1pt + 1,5pt + 1,5pt)

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites définies par :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n - 2 \\ v_{n+1} = v_n - \frac{1}{2} u_n \\ u_0 = -3 ; v_0 = 0 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Calculer : $u_1 ; v_1 ; u_2 ;$ et v_2

2) Montrer que : $u_n \geq -4 ; \forall n \in \mathbb{N}$ et que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante

3) On pose : $a_n = u_n + 4$ et $b_n = v_n - u_n ; \forall n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que : $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme et écrire a_n en fonction de n

b) Montrer que : $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme et écrire b_n en fonction de n

c) En déduire : u_n et v_n en fonction de n

d) Montrer que : $v_n > n ; \forall n \in \mathbb{N}^*$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe

