http://www.xriadiat.com **DS3: C** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures

Exercice1 : (5pts) : $(2pt+1pt+1pt+1pt)$

Soit $x \neq k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

1) Montrer que : $\cos(x)\times\cos(2x)\times\cos(4x)=\dfrac{\sin(8x)}{8\sin(x)}$

2) Calculer : a) $\cos\left(\dfrac{\pi}{7}\right)\times\cos\left(\dfrac{2\pi}{7}\right)\times\cos\left(\dfrac{4\pi}{7}\right)$

b) $\cos\left(\dfrac{\pi}{9}\right)\times\cos\left(\dfrac{2\pi}{9}\right)\times\cos\left(\dfrac{4\pi}{9}\right)$ c) $\sin\left(\dfrac{\pi}{18}\right)\times\sin\left(\dfrac{5\pi}{18}\right)\times\sin\left(\dfrac{7\pi}{18}\right)$

Exercice2 : (5pts) : $(1{,}5pt+1{,}5pt+2pt)$

Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $A(x)=\sin 2x-\sqrt{3}\cos^2 x+3\cos x-\sqrt{3}\sin x$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $A(x)=2\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations : $A(x)=0$

3) Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation : $A(x)>0$

Exercice3 : (5,5pts) : $(1{,}5pt+1pt+1{,}5pt+1{,}5pt)$

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=1$ et : $u_{n+1}=\dfrac{2u_n^3}{3u_n^2+1}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que : la suite (u_n) est minorée par 0

2) Etudier la monotonie de la suite (u_n)

3) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$ $u_{n+1}\leq\dfrac{1}{2}u_n$ b) Déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$ $u_n\leq\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

Exercice4 : (4,5pts) : $(1{,}5pt+1pt+1pt+1pt)$

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_{n+2}=\dfrac{1}{27}(12u_{n+1}-u_n) \\ u_0=2\ ;\ u_1=\dfrac{4}{9}\end{cases}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Et on considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=u_n-\dfrac{1}{3^n}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que : $u_{n+1}=\dfrac{1}{9}u_n+\dfrac{2}{3^{n+2}}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

2) a) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme

b) Ecrire v_n et u_n en fonction de n

c) Calculer la somme : $s_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k=u_0+u_1+\ldots+u_n$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien