1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures

Exercice1 : $(4{,}5\text{pts})$: $(0{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$ 1) Vérifier que : $\cos\frac{3\pi}{10}=\sin\frac{2\pi}{10}$

2)a) Monter que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\cos 3x=\left(1-4\sin^2 x\right)\cos x$

b) En déduire les valeurs de : $\cos\frac{\pi}{10}$ *et* $\sin\frac{\pi}{10}$

3) Monter que : $\sin\frac{7\pi}{30}=\frac{1}{8}\left(\sqrt{3}\sqrt{10+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}+1\right)$ (on remarquera que : $\frac{7\pi}{30}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{10}$

Exercice2 : $(5{,}5\text{pts})$: $(1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $A(x)=2\cos^3 x-\cos x+2\sin x-2\sin^3 x$

1) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $\sin x-\sin^3 x=\frac{1}{2}\sin 2x\times\cos x$ et $2\cos^3 x-\cos x=\cos 2x\times\cos x$

b) En déduire que : $A(x)=\sqrt{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\cos x$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations : $A(x)=0$

3) Montrer que : $\forall x\in\left[-\frac{\pi}{8};\frac{\pi}{4}\right]$: $A(x)\geq 0$

Exercice3 : $(4{,}5\text{pts})$: $(0{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1\text{pt})$ Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{u_n-4}{u_n+6} & \forall n\in\mathbb{N} \\ u_0=0 \end{cases}$ 1) Calculer : u_1

2) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\frac{1+u_n}{4+u_n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme

b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n

c) On pose : $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$; Calculer : S_n en fonction de n

Exercice4 : $(5{,}5\text{pts})$: $(1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0=0$ et : $u_{n+1}=\sqrt{3u_n+4}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $0\leq u_n\leq 4$ 2) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

3)a) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$; $4-u_{n+1}\leq\frac{1}{2}(4-u_n)$

b) Déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $4-u_n\leq 4\left(\frac{1}{2}\right)^n$

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*