http://www.xriadiat.com **DS1: D** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Correction : Devoir surveiller n°2 sur les leçons suivantes :

BARYCENTRE et TD-PRODUIT SCALAIRE DANS $\mathcal{V}_2$

Durée :2 heures

Exercice1 : (3pts)

Soit ABC un triangle et G point tel que : $2\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{GB}$

Montrer que G le barycentre de : {(A, 1); (B, 1); (C, 2)} et construire le point G

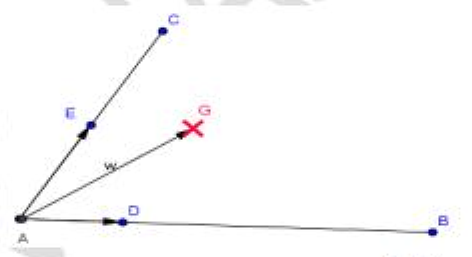
Solution : $2\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{GB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}\right)-3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

Donc G le barycentre de : {(A, 1); (B, 1); (C, 2)}

On a :® $\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{4}\overrightarrow{AC}$ donc : $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$



Exercice2 : (5,5pts) : $(1\text{pt}+2,5\text{pt}+2\text{pt})$

A et B deux points tel que : $AB=4cm$ et soit : (F) l'ensemble des points M du plan tel que : $\frac{MA}{MB}=3$

1) Montrer que : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0$

2) Soit G le barycentre des points pondérés : $(A;1)$; $(B;3)$ et K le barycentre des points pondérés $(A;1)$; $(B;-3)$

a) Montrer que : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{MK}=0$

b) En déduire l'ensemble (F) et le tracer

Solution :1) $M\in(F) \Leftrightarrow \frac{MA}{MB}=3 \Leftrightarrow MA=3MB$

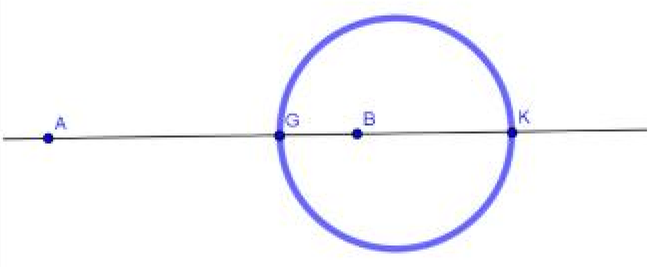
$M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0$

2)a) $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right)\left(\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)=0$ et d'après La propriété caractéristique du barycentre on aura : $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MG}$ et $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MK}$

Donc : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0 \Leftrightarrow -8\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MK}=0$

Donc : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MK}=0$

2) b) d'après a) en déduit que (F) est le cercle de dont un diamètre est $[GK]$



Exercice3 : (5,5 pts) : $(1,5\text{pt}+1,5\text{pt}+1\text{pt}+1,5\text{pt})$

Dans un repère orthonormé $\mathcal{R}\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ on considère les points suivants A(3;2), B(0;5) et C(−2;−1).

1) Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$

2) Calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$

3) Calculer une mesure des angles $\left(BAC\right)$ et $\left(ACB\right)$ à un degré près.

4) H est le projeté orthogonal de B sur (AC). Calculer AH et CH .

Solution : 1) On a : $\overrightarrow{AB}(-3;3)$ Donc : $AB=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{(-3)^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

On a : $\overrightarrow{AC}(-5;-3)$ Donc : $AC=\left\|\overrightarrow{AC}\right\|=\sqrt{(-5)^2+(-3)^2}=\sqrt{34}$

On a : $\overrightarrow{BC}(-2;-6)$ Donc : $BC=\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\sqrt{(-2)^2+(-6)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

2) Calculons les produits scalaires :

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-3\times(-5)+3\times(-3)=6$

$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=-2\times3-6\times(-3)=12$

$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=5\times2+3\times6=28$

3) On sait que : $\cos\left(BAC\right)=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|\times\left\|\overrightarrow{AC}\right\|}$ et et on a : $\overrightarrow{AB}(-3;3)$ et $\overrightarrow{AC}(-5;-3)$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6$

$\cos\left(BAC\right)=\frac{6}{3\sqrt{2}\times\sqrt{34}}=\frac{1}{\sqrt{17}}$ par conséquent : $BAC=76^\circ$

Aussi : $\cos\left(ACB\right)=\frac{28}{\sqrt{34}\times2\sqrt{10}}=\frac{7}{\sqrt{85}}$ par conséquent : $ACB=41^\circ$

4) On a : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6\succ0$ donc : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=AH\times AC=6$

Donc : $AH=\frac{6}{\sqrt{34}}\simeq1,02$ et comme $H\in[AC]$: $CH=AC-AH\simeq\sqrt{32}-1,02=4,63$

Exercice4 : (3 pts) : $(1,5\text{pt}+1,5\text{pt})$

Dans Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Considérons les points $A(1;2)$; $B(-2;3)$ et $C(0;4)$

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) médiatrice du segment $[AB]$

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) la hauteur du triangle ABC passant par A

Solution : 1) $\overrightarrow{AB}(a,b)$ avec $(D)/ax+by+c=0$ un vecteur normal a (D)

$\overrightarrow{AB}(-3,1)$ Donc : $(D)/-3x+y+c=0$

Or $I\in(D)$ I est le milieu du segment $[AB]$: $I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ donc $I\left(\frac{-1}{2},\frac{5}{2}\right)$

Donc : $-3\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{2}+c=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{5}{2}+c=0 \Leftrightarrow c=-4$

Par suite : $(D)/-3x+y-4=0$

2) (Δ) la hauteur du triangle ABC passant par A

Donc : (Δ) perpendiculaire à (BC) passant par A

Donc $\overrightarrow{BC}(2,1)$ un vecteur normal a (Δ) donc : $(\Delta)/2x+y+c=0$

On a : $A\in(\Delta)$ donc : $2\times1+2+c=0 \Leftrightarrow c=-4$

Donc : $(\Delta):2x+y-4=0$

Exercice5 : (3 pts) Résoudre graphiquement le système : $(S)\begin{cases}(1):x^2+y^2-4x\prec0\\(2):x-y-1\succ0\end{cases}$

Solution : $(1):x^2+y^2-4x\prec0 \Leftrightarrow (x-2)^2+y^2\prec2^2$

Donc les solutions de cette inéquation c'est les couples $(x;y)$ des points qui se trouvent à l'intérieur du cercle ($\mathcal{C}$) de centre $\Omega(2;0)$ et de rayon $r=2$

• $(2):x-y-1\succ0$: les solutions de cette inéquation c'est les couples $(x;y)$ des points qui se trouvent au-dessous de la droite d'équation : $x-y-1=0$

(Demi plan qui contient $\Omega(2;0)$ Car : $2-0-1=1\succ0$)

Finalement l'ensemble des solutions du système c'est les couples $(x;y)$ des points qui appartiennent à la partie colorée.

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien