http://www.xriadiat.com **DS1: C** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Correction : Devoir surveiller n°2 sur les leçons suivantes :

BARYCENTRE et TD-PRODUIT SCALAIRE DANS $\mathcal{V}_2$

Durée :2 heures

Exercice1 : $(5{,}5\text{pts})$: $(3\text{pt}+2{,}5\text{pt})$

ABCD un carré ; I et J les milieux respectivement des segments $[BC]$ et $[CD]$

M et N deux points tel que : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

1) Déterminer le barycentre des points pondérés : {(A, 3) ; (B, 1)} et {(A, 3) ; (D, 1)}

2) Soit G le barycentre des points pondérés : $(A;3)$; $(B;1)$; $(C;1)$ et $(D;1)$

Monter que les droites (MJ) ; (NI) et (AC) sont concourantes en G

Solution :1) On a : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}$

Donc : $3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

Donc : M est le barycentre des points pondéré $(A;3)$ et $(B;1)$ De même on a :

$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{ND}$ donc : $3\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$

Donc : N est le barycentre des points pondéré $(A;3)$ et $(D;1)$

2) Soit G le barycentre des points pondérés : $(A;3)$; $(B;1)$; $(C;1)$ et $(D;1)$ et puisque J le milieu du segment $[DC]$ alors J est le barycentre des points pondéré $(C;1)$ et $(D;1)$

D'après La propriété d'associativité on trouve que G est le barycentre des points pondéré $(M;4)$ et $(J;2)$ par suite : $G\in(JM)$

De même on a : I le milieu du segment $[BC]$

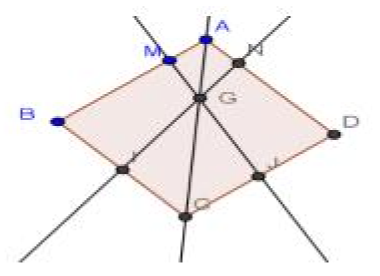
Alors : I est le barycentre des points pondéré $(B;1)$ et $(C;1)$; d'après La propriété d'associativité on trouve que G est le barycentre des points pondéré $(N;4)$ et $(I;2)$ par suite : $G\in(NI)$

Soit H le centre de gravité du triangle BCD

Donc : H est le barycentre des points pondéré $(B;1)$ et $(C;1)$ et $(D;1)$ par suite d'après La propriété d'associativité on trouve que G est le barycentre des points pondéré $(A;3)$ et $(H;3)$

Donc : G le milieu du segment $[AH]$ et puisque ABCD est un carré alors : $H\in[AC]$ donc $G\in(AC)$

Conclusion : les droites (MJ) et (NI) et (AC) sont concourantes en G



Exercice2 : (7 pts) : $(1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt}+2\text{pt}+2\text{pt})$

Soit A (−2 ;1) et B (4 ; −2) deux points du plan muni d'un repère $\mathcal{R}(O;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé.

On note (C) l'ensemble des points M $(x\ ;\ y)$ du plan tels que : $x^2+y^2+2x-6y-15=0$

1)Déterminer l'ensemble des points M de (C)

2) Déterminer une équation de la droite (AB).

3) Déterminer les points d'intersection I et J de (AB) avec (C) .

4)Déterminer une équation de la tangente à (C) au point $K(2;-1)$.

Solution : 1) $x^2+y^2+2x-6y-15=0\Leftrightarrow(x+1)^2-1+(y-3)^2-9-15=0\ \Leftrightarrow(x-(-1))^2(y-3)^2=25$

Le point M décrit donc le cercle de centre $C(-1;3)$ et de rayon 5.

2) $\overrightarrow{AB}(6;-3)$ Ainsi une équation de la droite (AB) est de la forme $3x+6y+c=0$.

$A(-2;1)$ vérifie donc cette équation. Ainsi $-6+6+c=0$ et $c=0$.

Une équation de (AB) est donc $3x+6y=0$ ou $y=-12x$.

3) Les coordonnées de I et J vérifient le système : $(S)\begin{cases}(1):(x+1)^2+(y-3)^2=25\\(2):y=-\frac{1}{2}x\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+\left(-\frac{1}{2}x-3\right)^2=25\\y=-\frac{1}{2}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2x+1+\frac{1}{4}x^2+3x+9=25\\y=-\frac{1}{2}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{5}{4}x^2+4x-15=0\\y=-\frac{1}{2}x\end{cases}$$

On détermine les solutions de $54x+5x-15=0$: $\Delta=100$. Les solutions sont donc : $x_1=2$ et $x_2=-6$

Ainsi Si $x_1=2$ alors $y=-1$ et si $x_2=-6$ alors : $y=3$.

On a donc $I(-6;3)$ et $J(2;-1)$.

4)Le vecteur $\overrightarrow{CK}$ est normal à la tangente à (C) en K.

Or $\overrightarrow{CK}(3;-4)$ Une équation de la tangente est alors de la forme $3x-4y+c=0$.

Or K appartient à cette droite donc :$6+4+c=0$ soit $c=-10$.

Une équation de la tangente à (C) en K est donc $3x-4y-10=0$.

Exercice3 : $(7{,}5\text{ pts})$: $(2{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+2{,}5\text{pt})$

Dans un repère orthonormé $\mathcal{R}(O;\vec{i};\vec{j})$ on considère les points $A(4;0)$, $B(0;4)$ et $C(-2;0)$.

1)Déterminer une équation du cercle (C) passant par les points A, B et C.

2) On considère le point $D(2;4)$

a) Montrer que D appartient à (C).

b) On désigne respectivement par E, F et G les projetés orthogonaux de D sur les droites (AB), (BC) et (AC).

Déterminer les coordonnées des points E, F et G.

c) Montrer que les points E, F et G sont alignés.

Solution : 1) Une équation de cercle est de la forme : $(1):(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ où le centre du cercle a pour coordonnées $(a\ ;\ b)$ et le rayon est R.

Puisque chacun des points appartient au cercle, on obtient le système suivant :

$$(S)\begin{cases}(1):(4-a)^2+(b)^2=R^2\\(2):(a)^2+(4-b)^2=R^2\\(3):(-2-a)^2+(b)^2=R^2\end{cases}$$

En utilisant les équations (1) et (3) on obtient : $:(4-a)^2=(-2-a)^2\Leftrightarrow 16-8a+a^2=4+4a+a^2\Leftrightarrow a=1$

Notre système devient alors : $\begin{cases}(1):9+b^2=R^2\\(2):1+(4-b)^2=R^2\\(3):9+b^2=R^2\end{cases}$

En utilisant les équations (1) et (2) on obtient : $9+b^2=1+(4-b)^2\Leftrightarrow 9+b^2=1+16-8b+b^2\Leftrightarrow b=1$

On utilise cette valeur dans l'équation (3) et on trouve $R^2=10$

Une équation du cercle passant par les points A,B et C est donc : $(x-1)^2+(y-1)^2=10$

2)a) Regardons si les coordonnées de D vérifient l'équation de (C) :

$(2-1)^2+(4-1)^2=1+9=10$ Donc D appartient à (C) .

b)Le vecteur $\overrightarrow{AB}(-4;4)$ est un vecteur normal à la droite (DE).

Une équation de (DE) est de la forme : $-4x+4y+c=0$.

Or $D\in(DE)$ donc : $-8+16+c=0$ c'est-à-dire : $c=-8$

Une équation de (DE) est donc $-4x+4y-8=0$ ou encore $-x+y-2=0$

Une équation de (AB) est : $y=-x+4$

Les coordonnées du point E vérifient le système : $\begin{cases}y=-x+4\\-x+y-2=0\\(3):9+b^2=R^2\end{cases}$ On obtient ainsi : $E(1;3)$.

On procède de la même manière pour les points F et G et on trouve : $F\left(\frac{2}{5};\frac{24}{5}\right)$ et $G(2;0)$.

c) $\overrightarrow{EF}\left(-\frac{3}{5};\frac{9}{5}\right)$ et $\overrightarrow{EG}(1;-3)$

Par conséquent $\overrightarrow{EG}=-\frac{5}{3}\overrightarrow{EF}$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien