



1ème BAC Sciences Mathématiques

PROF : ATMANI NAJIB

http://www.xriadiat.com

Devoir°01

1ème tranche

Durée : 02 heures

- l'usage de la calculatrice programmable est interdit-

Exercice1 (6points)

On considère les réels définis par la relation :
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$$

- 1- En utilisant le raisonnement par récurrence montrez que $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 3$. 2
- 2- Montrez que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n > 0$. (on remarquera que $x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$). 1.5
- 3- Montrez que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n > \frac{2}{3}(u_n - 3)$. (on pourra utiliser les équivalences successives et la question 1). 1
- 4- En utilisant le raisonnement par récurrence montrez que $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > (\frac{2}{3})^n + 3$. 1.5

Exercice2 (3points)

Donnez la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

(P) $(\exists (x, y) \in \mathbb{R}^2)(x \neq 1 \text{ et } y \neq 1 \Rightarrow xy \neq 1)$ 1

(Q) $(\exists x \in \mathbb{R})(x \in \mathbb{Q} \text{ ou } \sqrt{\frac{x}{x+1}} \in \mathbb{Q})$ 1

(R) $(\exists (a, b, c) \in \mathbb{R}^3)(a \leq b \leq c \wedge a + b + c \leq 90)$ 1

exercice3 (2points)

En utilisant les équivalences successives résoudre les équations suivantes

1) $\sqrt{1+3x^2} = 2x$ 1

2) $\sqrt{5x-6} = -x$ 1

Exercice4 (3points)

1- Montrez que $(\forall n \in \mathbb{N})[5/n \Leftrightarrow 5/n^2]$. 1

2- En utilisant le raisonnement par l'absurde montrez que $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ 2

Exercice5 (3points)

1- Montrez que $(\forall x \in \mathbb{R})(\frac{1-|x|}{1+x^3} < 1)$ est fautive (utilisez le raisonnement par contre-exemple). 1

2- Montrez que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : [(xy \neq 1 \text{ et } x \neq y) \Rightarrow (\frac{x}{x^2+x+1} \neq \frac{y}{y^2+y+1})]$ 2

Exercice6 (3points)

1- Soit $H = \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} / x \in \mathbb{R} \right\}$ montrez que $H \subset]0, 1]$. 1.5

2- Montrez que les ensembles : $A = \left\{ \frac{8k+5}{20} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ et $B = \left\{ \frac{4k'+5}{10} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$ sont disjoints 1.5