1ème BAC Sciences Mathématiques

PROF : ATMANI NAJIB http://www.xriadiat.com **Devoirn°01** 1ème tranche

Durée : 02 heures

Exércice 1 : 7 pts

1) Exprimer les propositions suivantes en utilisant les connécteurs logiques et les quantificateurs :

a) l'équation $x^2+x-1=0$ **admet au moins une solution réelle supérieure à** $\frac{3}{2}$ **.**

b) pour qu'un nombre réel x **soit supérieur à** 1 **il suffit que son cube soit superieur à** 2 **.**

c) on peut trouver un nombre rationnel compris entre $\sqrt{5}$ **et** $\sqrt{7}$ **.**

2) soit P **la proposition :** "$(\forall x\in\mathbb{R})\ (\exists y\in\mathbb{R})\ x^2-xy+y^2=0$ "

a) Détérminer $\overline{P}$ **la négation de la proposition** P **.**

b) En déduire que la proposition P **est fausse .**

3) montrer en utilisant un raisonnement par contraposée que :

"$\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2 :\ (xy+x+y<0)\Rightarrow(x>-2$ ou $y>-2)$"

Exércice 2 : 8 pt

1) soit P **la proposition :** "$(\forall x\in\mathbb{R})\ :\ \frac{-3}{2}\leq x\leq -1\Rightarrow\frac{3}{4}\leq x^2+5x+6\leq 2$"

a) montrer que la proposition P **est vraie .**

b) détérminer $\overline{P}$ **la négation de la proposition** P **.**

2) montrer en utilisant un raisonnement par disjonction des cas que :

$(\forall n\in\mathbb{N})\ 4\ divise\ n^4-n^2+16$ **. (on pourra discuter les cas :** n **pair et impair)**

3) montrer en utilisant un raisonnement par équivalences succéssives que :

$$(\forall x\in\mathbb{R}^*)\ (\forall y\in\mathbb{R}^*)\ \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}=\frac{\sqrt{y^2+1}}{y}\Leftrightarrow x=y$$

4) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ **:** $\sqrt{1-2x}=x+7$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ **:** $\sqrt{1-2x}\leq x+7$

Exércice 3 : 6 pts

1) Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad \sum_{k=1}^{n}(2k+1)^2=\frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$

2) a) montrer que $(\forall x\in[3,+\infty[)\ 2x^3-3x^2-3x-1\geq 0$ **.**

(Indication : $2x^3-3x^2-3x-1=x^3\left(2-\frac{3}{x}-\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)$ **)**

b) en déduire que pour tout entier naturel $n\geq 3$ **on a** $3n^3\geq(n+1)^3$**.**

c) montrer par récurrence que : $(\forall n\geq 3):\ 3^n\geq n^3$**.**

3) Soient p **et** q **et** r **trois propositions .**

Montrer par l'absurde que $(p\ ou\ q)\Rightarrow[(p\Rightarrow q)\Rightarrow q]$ **est une loi logique .**