

Devoir surveillé N°1 1^{er} semestre

1.BAC – S.M.F

Exercice 1 : 4,5pts

Compléter le tableau suivant :

Proposition (P)	La négation de (P)	La vérité de (P)
$(\forall n \in \mathbb{N}) : \sqrt{3n+4} \notin \mathbb{N}$		
$(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 - 2x + 1 > 0$		
$(\forall x \in]0,1[) : \frac{x}{1-x} < 1$		

Exercice 2 : 6pts

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x = \sqrt{1+x}$

2) En utilisant le raisonnement par équivalences successives, montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{x^2+1} - |x| \leq 1$$

3) Soit a un nombre réel positif. En utilisant le raisonnement par contraposée, montrer que :

$$3 < a^4 + 8a^3 + 18a^2 + 8a \Rightarrow \sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{2}}} < a+2.$$

Exercice 3 : 3,5 pts

Soient a, b et c trois réels strictement positifs tels que : $ab + bc + ca = 1$

1) Montrer que : $a^2 + b^2 \geq 2ab$, puis déduire que : $a^2 + b^2 + c^2 \geq 1$

2) Montrer par l'absurde que : $a+b \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ou $b+c \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ou $c+a \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$